

La dilatazione termica

1

La dilatazione lineare dei metalli

L'allungamento di una sbarra di metallo è proporzionale alla lunghezza della sbarra e alla variazione di temperatura:

$$\Delta l = \lambda l \Delta t$$

dove $\Delta l = l_2 - l_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$

Il coefficiente di proporzionalità λ (lambda) è il **coefficiente di dilatazione lineare del metallo**.

La formula della dilatazione può anche essere scritta nella forma alternativa:

$$l_2 = l_1 (1 + \lambda \Delta t)$$

o, se la temperatura $t_1 = 0^\circ\text{C}$,

$$l = l_0 (1 + \lambda t)$$

dove l_0 è la lunghezza della sbarra metallica a 0°C .

L'unità di misura di λ si può ottenere ricavando λ :

(2)

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l \Delta t}, \text{ si ha quindi } [\lambda] = \frac{1}{^\circ\text{C}} = ^\circ\text{C}^{-1}$$

Esercizi

- 1) Dimostra che la formula della dilatazione termica lineare può essere scritta anche nella forma $l_2 = l_1 \cdot \frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}$

Soluzione

$$\text{Dalle } l_1 = l_0 (1 + \lambda t_1) \text{ e } l_2 = l_0 (1 + \lambda t_2)$$

dividendo termine a termine si ottiene

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}, \text{ da cui } l_2 = l_1 \frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}$$

- 2) Calcola il coefficiente di dilatazione lineare dell'alluminio sapendo che una sbarra di lunghezza 40 cm (a 20°C) si allunga di 0,70 mm alla temperatura di 100°C.

Soluzione

$$\Delta l = \lambda_{AE} l \Delta t$$

3

$$\lambda_{AE} = \frac{\Delta l}{l \Delta t} = \frac{0,70}{400 \cdot 80} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

(il valore indicato sulle tabelle è $\lambda_{AE} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

- 3) Calcola la lunghezza di un binario ferroviario in estate se la sua lunghezza in inverno è di 30 m (a 0°C).
Il coefficiente di dilatazione del ferro è $\lambda_{Fe} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Soluzione

In estate, con una temperatura di 30°C la lunghezza è

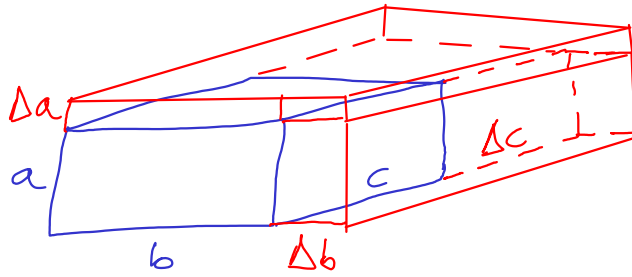
$$l = l_0 (1 + \lambda t) = 30 (1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 30) \text{ m} = 30,011 \text{ m}, \text{ quindi } \Delta l = 0,011 \text{ m} = 1,1 \text{ cm}$$

È necessario lasciare un paio di centimetri tra un binario e l'altro per evitare che entrino in contatto e si deformino a causa della dilatazione termica.

La dilatazione volumica dei metalli

(4)

Un parallelepipedo si dilata nelle tre direzioni :



Il volume del parallelepipedo alla temperatura t_1 è $V_1 = abc$ mentre alla temperatura t_2 diventa

$$\begin{aligned} V_2 &= (a + \Delta a) \cdot (b + \Delta b) \cdot (c + \Delta c) \cong \\ &\cong abc + \Delta a \cdot b \cdot c + \Delta b \cdot a \cdot c + \Delta c \cdot a \cdot b = \\ &= abc + abc \cdot \frac{\Delta a}{a} + abc \frac{\Delta b}{b} + abc \frac{\Delta c}{c} = \\ &= V_1 \left(1 + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \right) \end{aligned}$$

I termini contenenti 2 o più prodotti di allungamenti si possono trascurare perché sono molto piccoli.

Dalla formula della dilatazione lineare nelle tre direzioni si ha poi :

$$\frac{\Delta a}{a} = \lambda \Delta t, \quad \frac{\Delta b}{b} = \lambda \Delta t, \quad \frac{\Delta c}{c} = \lambda \Delta t$$

Sostituendo nella formula precedente
si ottiene :

5

$$V_2 = V_1 (1 + \lambda \Delta t + \lambda \Delta t + \lambda \Delta t), \text{ cioè}$$

$$V_2 = V_1 (1 + 3\lambda \Delta t) \quad \text{oppure}$$

$$V_2 - V_1 = V_1 \cdot 3\lambda \Delta t \quad \text{o anche } \Delta V = V \cdot 3\lambda \Delta t.$$

Questa formula è molto simile a quella della dilatazione lineare, ma invece delle lunghezze contiene i volumi e le dilatazioni volumetriche:

$$\Delta V = V \alpha \Delta t.$$

Il coefficiente α è chiamato **coefficiente di dilatazione volumetrica** del solido ed è uguale al triplo del coefficiente di dilatazione lineare:

$$\alpha = 3\lambda.$$

L'unità di misura di α è sempre $[\alpha] = \text{°C}^{-1}$.

Per le sostanze allo stato liquido o gassoso, per le quali non si può parlare di dilatazione lineare, vale una relazione simile:

$$\Delta V = \alpha V \Delta t$$

6

I valori dei coefficienti di dilatazione α sono maggiori per i gas, un po' minori per i liquidi ed hanno i valori più bassi per i solidi.

Anche nel caso della dilatazione volumica si può riscrivere la legge nella forma:

$$V = V_0 (1 + \alpha t)$$

dove V_0 è il volume a 0°C , oppure

nella forma
$$V_2 = V_1 \cdot \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$$