I numeri primi sono infiniti

Si dimostra per assurdo.

Se fossero in numero finito allora ogni altro numero sarebbe composto, cioè scomponibile in fattori primi.

Se i numeri primi fossero n $(p_1, p_2, \dots, p_n)$, ogni numero sarebbe divisibile per almeno uno di questi numeri.

Il numero $p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1$ però non è divisibile per nessuno dei numeri $p_1, p_2, \dots, p_n$ quindi deve esistere qualche altro numero primo oltre agli n ipotizzati inizialmente.

(Non è detto che $p_1 p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1$ sia primo, potrebbe anche essere un numero composto che contiene tra i suoi fattori un numero primo diverso da $p_1, p_2, \dots, p_n$).

Esercizio

Prova a costruire, con il metodo visto, 4 numeri primi a partire da 2 e 3.

$2 \cdot 3 + 1 = 7$ è nuovo numero primo

$2 \cdot 7 + 1 = 15$ non è primo, ma $15 = 3 \cdot 5$
e 5 è un nuovo numero primo

$3 \cdot 7 + 1 = 22$ non è primo, ma $22 = 2 \cdot 11$
e 11 è un nuovo numero primo

$2 \cdot 3 \cdot 7 + 1 = 43$ è un nuovo numero primo