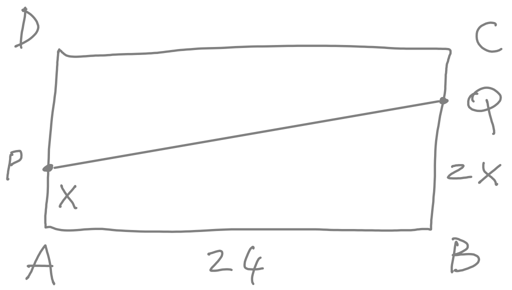
Problemi

1) E' dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo 24 e il lato BC lungo 16.
Determinare un punto P sul lato AD e un punto Q sul lato BC, in modo che BQ sia il doppio di AP e che valga 216 l'area del trapezio ABQP.



$$A = \frac{AP + BQ}{2} \cdot AB$$

$$216 = \frac{x + 2x}{2} \cdot 24$$

da cui $216 = 3x \cdot 12$, $216 = 36x$

e $x = \frac{216}{36} = 6$.

Quindi $\overline{AP} = 6$ e $\overline{BQ} = 12$.

La lunghezza di BC non si utilizza.

2) Problema tratto dal Papyrus Rhind
(Egitto, circa 1650 a.C.) :
un mucchio di pietre più un ottavo dello stesso mucchio, più la metà dello stesso mucchio conduce ad un risultato di 169 pietre;

quante pietre contiene il mucchio?

Indicando con x il numero di pietre:

$$x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x = 169, \quad \text{quindi}$$

$$\frac{8x + x + 4x}{8} = 169, \quad 13x = 169 \cdot 8$$

$$x = \frac{\cancel{169}^{13} \cdot 8}{\cancel{13}} = 104$$

3) Problema di Cristoforo Clavio, matematico italiano del XVII secolo: per incoraggiare il figlio a studiare l'aritmetica, un padre dà al ragazzo 8 soldi per ogni problema risolto correttamente, ma si riprende 5 soldi per ogni problema sbagliato. Dopo 26 problemi il figlio non ha né guadagnato né perso; quanti problemi ha risolto correttamente il ragazzo?

Indicando con x il numero di problemi risolti:

$$8 \cdot x - 5(26 - x) = 0$$

$$8x - 5 \cdot 26 + 5x = 0$$

$$13x = 5 \cdot 26, \qquad x = \frac{5 \cdot \cancelto{2}{26}}{\cancel{13}} = 10$$

Equazioni di primo grado intere

4) $-3(2x-1) + 4x - 2 = 10x - 5 - 5(2x-1)$

$$-6x + 3 + 4x - 2 = \cancel{10x} \cancel{-5} \cancel{-10x} \cancel{+5}$$

$$-2x + 1 = 0, \qquad 2x = 1, \qquad x = \frac{1}{2}$$

5) $\dfrac{x-3}{\frac{3}{2}} + 3(x-1) = \dfrac{x+1}{4} + x + 2$

$$\frac{2}{3}(x-3) + 3(x-1) = \frac{x+1}{4} + x + 2$$

$$\frac{2}{3}x - 2 + 3x - 3 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + x + 2$$

$$x\left(\frac{2}{3} + 3 - \frac{1}{4} - 1\right) = \frac{1}{4} + 2 + 3 + 2$$

$$x\left(\frac{8 + 36 - 3 - 12}{12}\right) = \frac{1 + 7 \cdot 4}{4}$$

$$x \cdot \frac{29}{12} = \frac{29}{4}, \qquad x = \frac{\cancel{29}}{4} \cdot \frac{12}{\cancel{29}} = 3$$

Equazioni di primo grado fratte

6) $\dfrac{2}{x^2-1} + \dfrac{7}{x-1} = \dfrac{1}{x+1}$

Il primo denominatore si può scomporre (è un prodotto notevole):

$$\frac{2}{(x+1)(x-1)} + \frac{7}{x-1} = \frac{1}{x+1}$$

Il minimo comune denominatore è quindi $(x+1)(x-1)$:

$$\frac{2}{(x+1)(x-1)} + \frac{7}{x-1} - \frac{1}{x+1} = 0$$

$$\frac{2+7\cdot(x+1)-(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 0$$ equivalente a

$$2+7(x+1)-(x-1)=0$$

$$2+7x+7-x+1=0$$

$$6x+10=0\,, \quad 6x=-10\,, \quad x=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3}$$