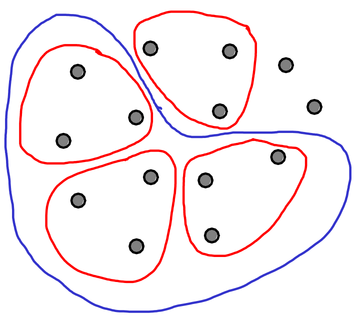
I sistemi di numerazione in base diversa da 10

Nel sistema decimale si scrivono i numeri usando 10 simboli: 0, 1, ..., 9

Si possono però scrivere i numeri utilizzando un diverso numero di cifre.

Per esempio, usando solo le 3 cifre 0, 1, 2, (base 3) il numero decimale 14 si può scrivere raggruppando gli oggetti a gruppi di 3, 9, 27, ... (i multipli di 3):



si ottengono: un gruppo di $9 = 3^2$, un gruppo di 3 e due unità.

$$11 = 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0$$

In base 3 il numero si può scrivere quindi 112.
Non si legge centododici perché questo nome è valido in base 10. Occorrerebbe inventare un nome apposito. In alternativa si può leggere:

uno uno due in base 3.

Si può scrivere anche $14 = 112_3$.

Un metodo per ottenere la rappresentazione in una base qualsiasi di un numero decimale consiste nel dividere ripetutamente il numero per la base. L'ultimo quoziente ottenuto, seguito dai resti in ordine inverso (dall'ultimo al primo), forma il numero nella nuova base.

Esempi

1) Scrivere 14 in base 3 :

$$\begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \hline 2 & \begin{array}{r|l} 4 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \end{array}$$

si ottiene, come già visto $14 = 112_3$

2) Trova la rappresentazione in base 7 del numero decimale 341 :

$$\begin{array}{r|l} 341 & 7 \\ \hline 5 & \begin{array}{r|l} 48 & 7 \\ \hline 6 & 6 \end{array} \end{array}$$

dunque $341 = 665_7$

Per determinare invece la rappresentazione decimale di un numero scritto in una base qualsiasi si usano le potenze successive della base.

Per esempio:

$$665_7 = 5 \cdot 7^0 + 6 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^2 = 5 + 42 + 294 = 341$$

Se la base è maggiore di 10 occorre utilizzare nuovi simboli.

Nel sistema esadecimale, in base 16, ad esempio, per i numeri dal 10 al 15 si usano lettere dell'alfabeto: $10 \to A$, $11 \to B$, $12 \to C$, $13 \to D$, $14 \to E$, 15 F

Nel sistema esadecimale il numero 16 (la base) si scrive come al solito 10.

Il sistema binario (in base 2) è particolarmente importante perché viene usato nella progettazione dei computer, che sono in grado di elaborare, a livello macchina, solo le cifre 0 e 1.

I primi numeri, scritti in binario, sono:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \cdots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 10 & 11 & 100 & 101 & 110 & 111 & 1000 & 1001 & \cdots \end{array}$$

Le operazioni in basi diverse da 10

Le operazioni si eseguono con gli stessi metodi utilizzati in base 10.

Ad esempio per l'addizione in colonna si usano i riporti.

Così, in base 2:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ {}^{1}\ \ \ \ \ \\ 1011+ \\ 101= \\ \hline 10000 \end{array}$$

in alto sono indicati i riporti

$$\begin{array}{r} 1011+ \\ 101= \\ \hline 10000 \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 11+ \\ 5= \\ \hline 16 \end{array}$$

è l'operazione corrispondente in forma decimale

Per eseguire le moltiplicazioni rapidamente è necessario studiare la tavola delle moltiplicazioni elementari (le tabelline) nella base scelta.

In base 6 ad esempio:

·	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	10	12	14
3	0	3	10	13	20	23
4	0	4	12	20	24	32
5	0	5	14	23	32	41

Usando la tavola pitagorica in base 6 si può eseguire rapidamente una moltiplicazione in colonna come:

$$\begin{array}{r} 352\cdot \\ 41= \\ \hline 352 \\ 2332 \\ \hline 24112 \end{array}$$

In decimale:

$352_6 = 2 + 5\cdot 6 + 3\cdot 6^2 =$
$= 2+30+108 = 140$

$41_6 = 1+4\cdot 6 = 25$

$24112_6 = 2 + 1\cdot 6 + 1\cdot 6^2 +$
$+ 4\cdot 6^3 + 2\cdot 6^4 =$
$= 2+6+36+4\cdot 216 + 2\cdot 1296 =$
$= 3500$

In effetti $140\cdot 25 = 3500$, come deve essere.

La velocità di calcolo naturalmente dipende dalla buona memorizzazione delle tabelline!