

Rispondi a 5 quesiti

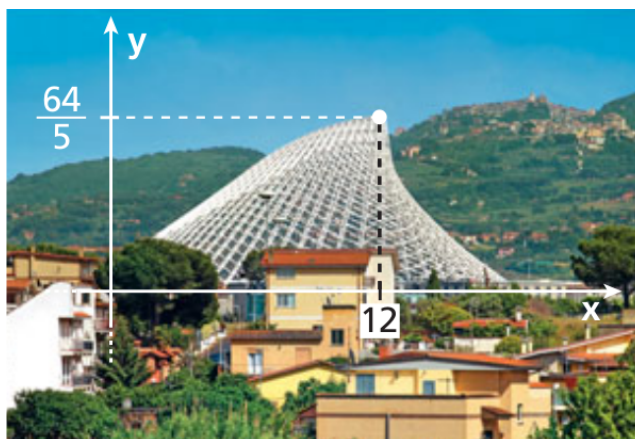
1. La città dello sport è una struttura sportiva progettata dall'architetto Santiago Calatrava e mai completata, situata a sud di Roma. Rispetto al sistema di riferimento indicato in figura (dove l'unità di misura è il decametro), il suo profilo può essere approssimato dalla funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax+b}{cx+3} & \text{se } 0 \leq x \leq 12 \\ \frac{1}{5} 2^{d-x} & \text{se } x > 12 \end{cases}$$

con  $a, b, c$  e  $d$  parametri reali. Il grafico di  $f(x)$  passa per l'origine del sistema di riferimento e

$$f'(0) = \frac{16}{3}.$$

- Determina i parametri  $a, b, c, d$ .
- Studia la derivabilità nel punto di ascissa  $x = 12$



2. Un'azienda produce thermos con capacità di  $1 L$ , a forma di cilindro circolare retto. Il settore *Ricerca e sviluppo* dell'azienda vuole determinare il raggio di base  $r$  e l'altezza  $h$  del thermos che permettano di minimizzare il calore disperso all'esterno (superficie totale minima). Calcola la loro lunghezza in centimetri.

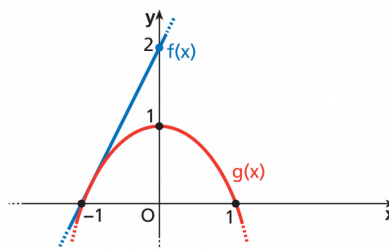


3. Date le funzioni  $f$  e  $g$ , i cui grafici sono una retta e una parabola, rappresentate in figura, calcola:

a.  $Df(g(x))$

b.  $D \ln \frac{g(x)}{f(x)}$

c.  $D[g(x)]^2$



4. Trova per quale valore dei parametri  $a$  e  $b$  le due curve di equazioni  $y = a e^{2(x-1)}$  e  $y = \frac{x+b}{x^2}$  sono tangenti nel punto  $P$  di ascissa 1 e scrivi l'equazione della tangente comune.

5. Date le funzioni  $y = \frac{2x^2 - x}{4 - x}$  e  $y = \frac{ax^3 + bx^2 + 2}{x^2 + cx}$ , trova  $a, b$  e  $c$  in modo che i loro grafici abbiano due asintoti in comune.

6. Una sfera di metallo usata per le demolizioni si sta dilatando a causa di un aumento della temperatura. Indichiamo con  $r(t)$  il suo raggio (misurato in cm) in funzione del tempo (misurato in ore) e supponiamo che la funzione  $r(t)$  sia derivabile per  $t > 0$ .

All'istante  $t = 1 h$  la superficie della sfera è  $240 dm^2$  e il suo volume aumenta con velocità  $480 cm^3/h$ . Determina, in tale istante  $t = 1 h$ :

- il raggio della sfera e la velocità con cui aumenta;
- la velocità con cui aumenta la superficie della sfera.



7. Calcola il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos(x)-1)}{\ln(\cos^2(x))}$

8. In media il 4% dei passeggeri dei tram di una città non paga il biglietto. Qual è la probabilità che ci sia almeno un passeggero senza biglietto in un tram con 40 persone?  
Se il numero di persone raddoppia, la probabilità raddoppia?

9. Calcola, se esiste, il limite della seguente successione esplicitando il procedimento seguito:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{-n}$

10. Quali punti del grafico della funzione  $f(x) = \frac{2}{x^2}$  hanno distanza minima dall'origine?