

Fasce di rette

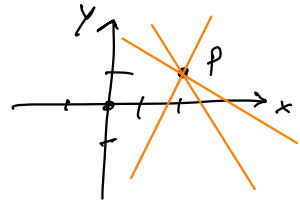
1

- Il fascio *proprio* di centro $P(x_0, y_0)$

ha equazione $y - y_0 = m(x - x_0)$

Esempio

$$P(2, 1) \Rightarrow y - 1 = m(x - 2)$$

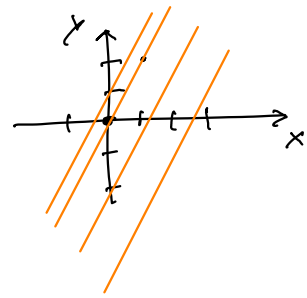


- Il fascio *improprio* di pendenza m

ha equazione $y = mx + q$

Esempio

$$m = 2, \quad y = 2x + q$$



- L'equazione di un fascio di rette si può ottenere però anche a partire dalle equazioni in forma implicita di due rette del fascio (rette base o generatrici) per mezzo di una *combinazione lineare* delle due equazioni.

Per combinazione lineare si intende la somma di una equazione con l'altra moltiplicata per un

coefficiente k : $eq_1(x, y) = 0$ +

$$k \cdot (eq_2(x, y) = 0) =$$

$$eq_1(x, y) + k \cdot eq_2(x, y) = 0$$

Esempio

2

Se le rette di equazione $3x - 2y + 1 = 0$
e $2x + y + 3 = 0$ appartengono al fascio
di rette, allora l'equazione del fascio di
rette è:

$$3x - 2y + 1 + k(2x + y + 3) = 0$$

- Questa equazione è lineare in x, y ,
quindi rappresenta una retta per ogni valore
di k (quindi rappresenta infinite rette).
- Se le due rette sono incidenti in
un punto Q , tutte le rette scritte passano
per Q , infatti se $eq_1(Q) = 0$ ed $eq_2(Q) = 0$
anche $eq_1(Q) + k \cdot eq_2(Q) = 0$

In questo caso si tratta di un fascio
proprio di centro Q .

- Se invece le equazioni $eq_1 = 0$ ed $eq_2 = 0$
(rette base) rappresentano rette parallele allora
si ottiene un fascio improprio.

Esempi

- Fascio di rette di equazione $(2k-1)x + ky - 3 + k = 0$
Troviamo le generatrici raccogliendo k :

3

$$2kx - x + ky - 3 + k = 0$$

$$k(2x + y + 1) - x - 3 = 0$$

Le rette base sono: $2x + y + 1 = 0$, $x + 3 = 0$

Sono incidenti (in $Q(-3, 5)$) quindi si tratta di un fascio proprio (di centro Q).

• Fascio di equazione: $2(k-1)x + 3(k-1)y - 6k = 0$

Cerchiamo le generatrici

$$2kx - 2x + 3ky - 3y - 6k = 0$$

$$k(2x + 3y - 6) - (2x + 3y) = 0$$

Le generatrici hanno equazioni:

$$2x + 3y - 6 = 0, \quad 2x + 3y = 0$$

Sono parallele (hanno entrambe pendenza

$m = -\frac{2}{3}$) quindi si tratta di un fascio

improprio (tutte le rette parallele di pendenza

$$m = -\frac{2}{3})$$

— Osservazione

Una retta del fascio, la generatrice la cui equazione è moltiplicata per k , non si ottiene però per nessun valore di k (per $k = 0$ si ottiene l'altra generatrice)

Per casa: studiare a p. 95 - 97

esercizi n. 269, 272 p. 477