Problemi ed esercizi

1) Determina l'altezza del sole all'orizzonte se l'ombra di un bastone piantato in terra verticalmente e alto 1,2 m è lunga 3,4 m.

Soluzione

L'altezza del Sole è l'angolo che la direzione del Sole forma con l'orizzonte.

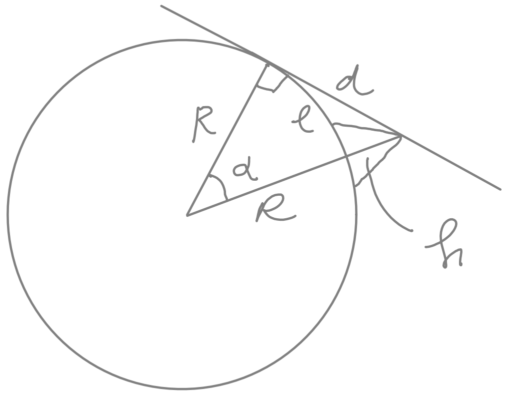
$$\frac{h}{d} = \tan \alpha$$

$$\alpha = \arctan \frac{h}{d} = \arctan \frac{1{,}2}{3{,}4} = 19{,}4^\circ$$

2) Fino a che distanza si può vedere dalla cima del monte Cimone?

Il monte Cimone è alto 2100 m.

Soluzione



$h = 2100\,m$

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h}$$

$$\alpha = \arccos\frac{R}{R+h} = \arccos\frac{6{,}4\cdot 10^6}{6{,}4\cdot 10^6 + 2100} = 1{,}47^\circ$$

La distanza in linea d'aria d vale

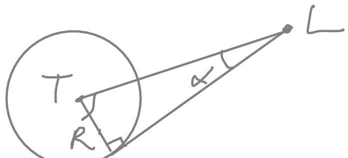
$$d = R\cdot\tan\alpha = 1{,}64\cdot 10^5\,m = 164\ km.$$

La distanza sulla superficie terrestre, ℓ, vale

$$\ell = R\cdot\alpha^{rad} = R\cdot\alpha^\circ\cdot\frac{\pi}{180^\circ} = 1{,}64\cdot 10^5\,m = 164\ km.$$

3) Determina la distanza della Luna con il metodo di parallasse, sapendo che l'angolo di parallasse α è di $57'$.

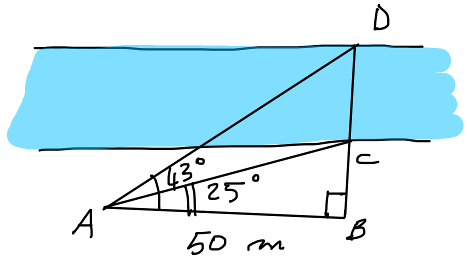
Soluzione



La distanza TL è quindi uguale a:

$$TL = \frac{R}{\cos(90^\circ-\alpha)} = \frac{6370}{\cos(89^\circ 3')}\,km = 384\,000\ km.$$

4) Quanto vale la larghezza del fiume rappresentato in figura?



Soluzione

La larghezza è:

$$\overline{CD} = \overline{DB} - \overline{BC} = \overline{AB} \cdot \tan 43° - \overline{AB} \tan 25° =$$

$$= \overline{AB} \cdot (\tan 43° - \tan 25°) = 23,3\ m$$

5) Trasforma la seguente espressione in un'espressione che contenga solo $\sin\alpha$:

$$3\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha + \sin\alpha - 2$$

Soluzione

Usando le relazioni fondamentali della goniometria:

$$3\sin^2\alpha + 2(1 - \sin^2\alpha) + \sin\alpha - 2 =$$

$$= 3\sin^2\alpha + 2 - 2\sin^2\alpha + \sin\alpha - 2 =$$

$$= \sin^2\alpha + \sin\alpha$$

6) Trasforma in funzione di $\sin\alpha$ l'espressione: $\sin\alpha - \tan^2\alpha$

Soluzione

$$\sin\alpha - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \sin\alpha - \frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} =$$

$$= \frac{\sin\alpha - \sin^3\alpha - \sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}$$

7) Scrivere nella forma più semplice le seguenti espressioni, usando le relazioni tra archi associati:

a) $\sin(180^\circ-\alpha) + \cos(180^\circ+\alpha)$

b) $\tan(180^\circ+\alpha)\cos(180^\circ-\alpha) + \sin(180^\circ-\alpha)$

c) $\sin(360^\circ-\alpha)\sin(180^\circ+\alpha) - \cos(180^\circ+\alpha)\cos(360^\circ-\alpha)$

Soluzioni

a) $\sin\alpha - \cos\alpha$

b) $\tan\alpha\,(-\cos\alpha) + \sin\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha = 0$

c) $-\sin\alpha \cdot (-\sin\alpha) - (-\cos\alpha)\cdot\cos\alpha = +\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

8) Semplifica l'espressione:

$$\sin(90^\circ-\alpha)+\cos(90^\circ-\alpha)+\tan(90^\circ-\alpha)\sin(180^\circ+\alpha)$$

Soluzione

$$\cos\alpha+\sin\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}\cdot(-\sin\alpha)=$$

$$=\cos\alpha+\sin\alpha-\cos\alpha=\sin\alpha$$