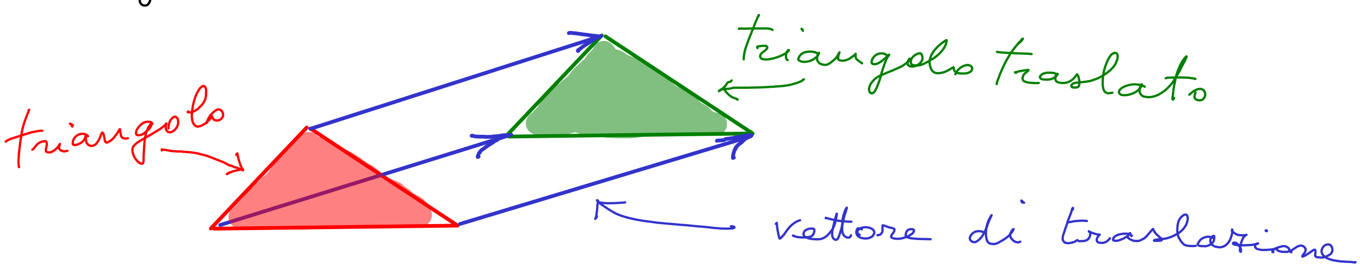
Isometrie nel piano cartesiano

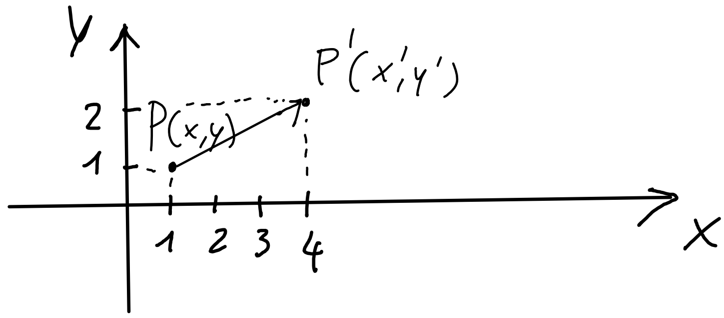
Le isometrie sono trasformazioni che lasciano invariate le dimensioni (sia lineari sia angolari) delle figure geometriche.

Traslazione di punti

Le traslazioni sono movimenti rigidi delle figure geometriche, senza deformazione.
In una traslazione le figure geometriche mantengono la loro forma, la loro dimensione e la loro orientazione spaziale (non ruotano).
In una traslazione ogni punto della figura viene spostato nella stessa direzione di una uguale misura.



- Sul piano cartesiano ogni trasformazione è caratterizzata da certe equazioni.
- Nel caso delle traslazioni:



La traslazione che sposta il punto P nel punto P' aumenta l'ascissa di 3 unità e l'ordinata di 1 unità.

Si ha quindi la seguente relazione tra le coordinate del punto P e quelle del punto traslato P':

$$\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$$

Queste equazioni sono chiamate equazioni della traslazione.

In generale, per un vettore di traslazione $\vec{v}(a, b)$ di componenti a e b, le equazioni della traslazione assumono la forma:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

Esempio

Trasforma il triangolo di vertici $A(1,1)$, $B(-1,2)$, $C(3,2)$ con la traslazione di vettore $\vec{v}(4,-2)$.

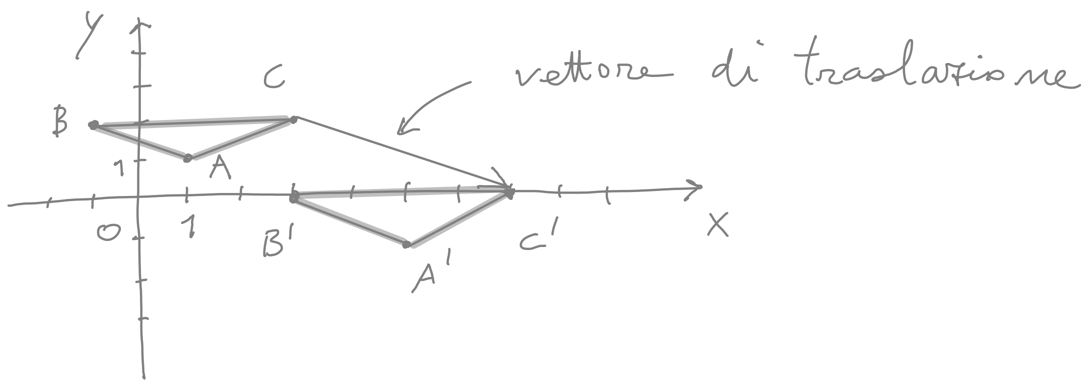
Le coordinate dei punti trasformati con la traslazione di equazioni

$$\begin{cases} x' = x+4 \\ y' = y-2 \end{cases}$$

sono:

$A'(5,-1)$, $B'(3,0)$, $C'(7,0)$

Disegno il triangolo $\hat{ABC}$ e il triangolo traslato $\hat{A'B'C'}$.



Traslazione di una curva

Le curve sono costituite da punti e descritte da equazioni.

L'equazione di una curva contiene le coordinate x, y dei punti della curva.

L'equazione della curva traslata deve contenere le coordinate x', y' dei punti traslati.

Per ottenere l'equazione della curva traslata è quindi necessario ricavare x, y in funzione di x', y' e sostituire alle coordinate x, y le x', y'.

<u>Esempio</u>

Data la retta r di equazione $y = x + 2$, determina l'equazione della retta r' ottenuta dalla traslazione della retta r del vettore di traslazione $\vec{v}(2,3)$. Disegna entrambe le rette sul piano cartesiano.

Le equazioni della traslazione sono:

$$\begin{cases} x' = x+2 \\ y' = y+3 \end{cases},$$

le equazioni della traslazione inversa sono:

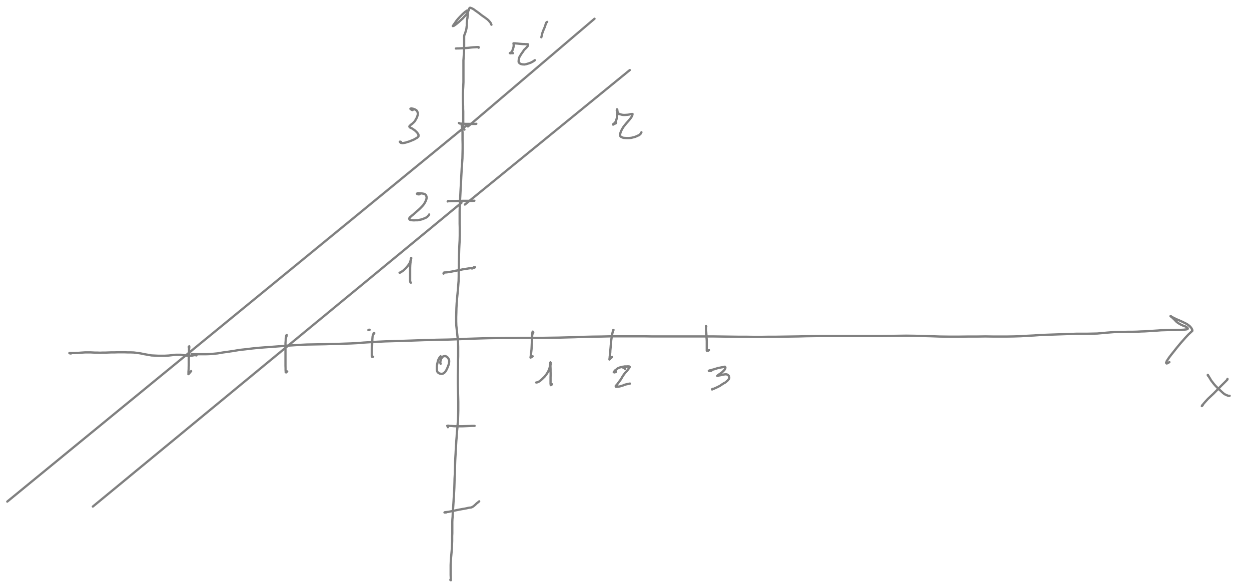
$$\begin{cases} x = x'-2 \\ y = y'-3 \end{cases},$$

sostituendo nell'equazione della retta r si ottiene

$$y'-3 = (x'-2)+2, \quad y' = x'+3$$

Togliendo gli apici si ha

l'equazione della retta r':
$y = x + 3$, che risulta parallela alla retta r.



Esercizio

Al segmento AB corrisponde, in una traslazione di vettore $\vec{v}(-5,2)$, il segmento $A'B'$ con $A'(-5,3)$ e $B'(4,5)$. Trova le coordinate di A e B.

Dalle equazioni della traslazione per

$$A: \begin{cases} -5 = x - 5 \\ 3 = y + 2 \end{cases} \quad \text{e per } B: \begin{cases} 4 = x - 5 \\ 5 = y + 2 \end{cases}$$

si ottengono le coordinate di A' e B':

$A'(0,1)$, $B'(9,3)$.